

# TD 1 correction

## Logique

**Exercice 9.** 1.  $\forall n \in \mathbb{N}, u_n \geq 0$

2.  $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} \geq u_n$

3.  $\forall n \in \mathbb{N}, u_n < 1$  (la négation de  $\exists n \in \mathbb{N}, u_n \geq 1$ )

4.  $\exists M \in \mathbb{R}, \forall n \in \mathbb{N}, u_n \leq M$

5.  $\forall n \in \mathbb{N}, \forall m \in \mathbb{N}, (m \neq n \Rightarrow u_n \neq u_m)$

6.  $\exists N \in \mathbb{N}, \forall n \in \mathbb{N}, (n \geq N \Rightarrow u_n = 0)$

**Exercice 10.** •  $(P_1)$  : La fonction  $f$  s'annule (au moins une fois).

$\text{non}(P_1) : \forall x \in \mathbb{R}, f(x) \neq 0$

•  $(P_2)$  : La fonction  $f$  est croissante.

$\text{non}(P_2) : \exists x_1 \in \mathbb{R}, \exists x_2 \in \mathbb{R}, (x_1 \leq x_2 \text{ et } f(x_1) > f(x_2))$

•  $(P_3)$  : La fonction  $f$  est constante.

$\text{non}(P_3) : \forall y \in \mathbb{R}, \exists x \in \mathbb{R}, f(x) \neq y$

•  $(P_4)$  : L'équation  $f(x) = y$  admet toujours au moins une solution, quelque soit la valeur de  $y$ ; graphiquement, toute droite horizontale (avec  $y$  fixé) coupe le graphe de  $f$ ; ce n'est pas le cas des fonctions  $x \mapsto x^2$ , ou  $x \mapsto e^x$ , ou  $x \mapsto \sin(x)$ , mais c'est le cas de  $x \mapsto x^3$  ou d'une fonction affine non-constante. La fonction  $f$  est dite *surjective*.

$\text{non}(P_4) : \exists y \in \mathbb{R}, \forall x \in \mathbb{R}, f(x) \neq y.$

•  $(P_5)$  : La fonction  $f$  est périodique.

$\text{non}(P_5) : \text{Négation} : \forall T > 0, \exists x \in \mathbb{R}, f(x + T) \neq f(x)$

•  $(P_6)$  : C'est la définition de la continuité, en tout  $a \in \mathbb{R}$ .

$\text{non}(P_6) : \exists a \in \mathbb{R}, \exists \varepsilon > 0, \forall \alpha > 0, \exists x \in \mathbb{R}, (|x - a| < \alpha \text{ et } |f(x) - f(a)| \geq \varepsilon)$