Programme de colle 27
18 au 22 mai 2026

Notions

↳ *En un coup d'œil, les notions qui ont été vues en cours et sur lesquelles portent les colles de la semaine.*

Chapitre 23 : Variables aléatoires

- Notion de variable aléatoire sur un espace de probabilité $(\Omega, \mathbb{P})$, évenements associés, ensemble des valeurs prises $X(\Omega)$, système complet d'évènements associé, loi, fonction de répartition, opérations sur les variables aléatoires.
- Espérance, variance, écart-type.
- Indépendance, famille de variables aléatoires mutuellement indépendantes, variables indépendantes et identiquement distribuées.
- Lois usuelles : loi certaine, loi uniforme, loi de Bernoulli, loi binomiale. Calcul de leur loi, espérance, variance, simulation en Python.

Chapitre 24 : Dérivation

- Taux de variation, dérivabilité à droite et à gauche, demi-tangentes. Point de vue du développement limité à l'ordre 1, une fonction dérivable en a est continue en a, application aux opérations usuelles sur les dérivées.
- Lien entre dérivée et sens de variation, minimum ou maximum local, théorème de Rolle, théorème des accroissements finis.
- Fonctions dérivables à dérivées non continues, classes de régularité $\mathcal{C}^n(I)$ et $\mathcal{C}^\infty(I)$ pour un intervalle I, dérivées supérieures, opérations sur les fonctions $\mathcal{C}^n$, calculs de dérivées supérieures, problèmes de recollement.

Savoir-faire

↳ *Description des compétences attendues et des types d'exercices possibles.*

- Étudier une variable aléatoire et donner sa loi.
- Simuler une variable aléatoire avec un programme Python.
- Manipuler l'espérance et la variance d'une variable aléatoire.
- Connaitre et utiliser les lois usuelles.
- Manipuler et raisonner avec un développement limité à l'ordre 1.
- Appliquer le théorème de Rolle et le théorème des accroissements finis.
- Raisonner avec les classes $\mathcal{C}^n$ et $\mathcal{C}^\infty$, étudier la régularité d'une fonction, étudier les dérivées supérieures.

Questions de cours

↳ *Les questions à travailler et à savoir refaire, incluant l'énoncé précis et la démonstration.*

- (exercice) Trouver toutes les fonctions f continues sur $\mathbb{R}$ telles que $\forall x \in \mathbb{R}$, $(f(x))^2 = 1$.
- Si X, Y sont deux variables aléatoires alors $\mathbb{E}(X+Y) = \mathbb{E}(X) + \mathbb{E}(Y)$.
- Formule de König-Huygens pour les variables aléatoires.
- Si X, Y sont des variables aléatoires indépendantes alors $\mathbb{E}(X \times Y) = \mathbb{E}(X) \times \mathbb{E}(Y)$.
- Si X, Y sont des variables aléatoires indépendantes alors $\mathrm{Var}(X+Y) = \mathrm{Var}(X) + \mathrm{Var}(Y)$.
- Loi uniforme sur $[\![1, n]\!]$, calcul de l'espérance et de la variance.
- La fonction f est dérivable en a si et seulement si f admet un développement limité à l'ordre 1 en a.
- Dérivabilité de $f \times g$ en utilisant un développement limité à l'ordre 1.
- Si I est un intervalle et f est dérivable sur I, alors f est croissante sur I si et seulement si $\forall x \in I$, $f'(x) \geqslant 0$ *(traiter l'implication et la réciproque, qui ne sont pas au même endroit dans le cours).*
- Théorème de Rolle.
- Théorème des accroissements finis.
- Si I est un intervalle et $f, g \in \mathcal{C}^n(I)$ alors $f \times g \in \mathcal{C}^n(I)$.