

# Programme de colle 25

13 au 17 avril 2026

## Notions

---

↳ *En un coup d'œil, les notions qui ont été vues en cours et sur lesquelles portent les colles de la semaine.*

### Chapitre 20 : Espaces vectoriels

- Dimension d'un sous-espace vectoriel, inégalités sur la dimension, rang d'une famille de vecteurs.
- Matrice d'une famille de vecteurs dans une base.

### Chapitre 21 : Limites de fonctions

- Notion de limite dans tous les cas possibles ( $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \ell$  avec  $a, \ell \in \overline{\mathbb{R}} = \mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\}$ ), limites à droite et à gauche, unicité de la limite, notion de voisinage et de propriété vraie au voisinage de  $a \in \overline{\mathbb{R}}$ .
- Opérations sur les limites, composition de limites de fonctions ou composition de limites de fonctions et de suites.
- Signe de la limite, passage de la limite aux inégalités, théorème des gendarmes, théorème de la limite monotone.
- Comparaisons et équivalents usuels, calcul de limites.

### Chapitre 22 : Continuité

- Continuité en un point, continuité à droite et à gauche, opérations sur les fonctions continues, continuité sur un intervalle, prolongement par continuité.
- Le théorème des valeurs intermédiaires, méthode de dichotomie à la main ou avec un programme Python, image d'un intervalle par une fonction continue.
- Le théorème des bornes, divers contre-exemples.
- Le théorème de la bijection continue.

## Savoir-faire

---

↳ *Description des compétences attendues et des types d'exercices possibles.*

- Écrire la matrice d'une famille de vecteurs, calculer le rang en échelonnant la matrice, raisonner avec le rang et la dimension.
- Étudier une limite, en utilisant toutes les opérations vues, les théorèmes, les comparaisons et les équivalents usuels.
- Étudier la continuité d'une fonction, étudier les éventuels prolongements par continuité.
- Appliquer le théorème des valeurs intermédiaires, le théorème des bornes, le théorème de la bijection continue.
- Appliquer la méthode de la dichotomie à la main ou bien avec un programme Python.

## Questions de cours

---

↳ *Les questions à travailler et à savoir refaire, incluant l'énoncé précis et la démonstration.*

- L'ensemble des solutions d'une équation linéaire homogène non-nulle dans  $\mathbb{R}^n$  est de dimension  $n - 1$ .
- Pour deux sous-espaces vectoriels  $F, G$  de  $\mathbb{R}^n$  : si  $F \subset G$  alors  $\dim(F) \leq \dim(G)$  ; et si de plus  $\dim(F) = \dim(G)$  alors  $F = G$ .
- Une fonction a une limite en  $a \in \mathbb{R}$  si et seulement si elle a des limites à gauche et à droite en  $a$  qui sont égales.
- (exercice)  $\sin\left(\frac{1}{x}\right)$  n'a pas de limite pour  $x \rightarrow 0^+$ .
- Théorème de la limite monotone.
- Théorème des valeurs intermédiaires (version 1 : dichotomie).
- Théorème de la bijection continue (montrer que  $f^{-1}$  est continue).