

Programme de colle 24

7 au 10 avril 2026

Notions

↳ *En un coup d'œil, les notions qui ont été vues en cours et sur lesquelles portent les colles de la semaine.*

Chapitre 20 : Espaces vectoriels

- Les espaces vectoriels \mathbb{R}^n et \mathbb{C}^n , notion de combinaison linéaire.
- Notion de sous-espace vectoriel, ensemble des solutions d'une équation linéaire homogène, intersection, sous-espace vectoriel engendré $\text{Vect}(\vec{u}_1, \dots, \vec{u}_p)$, sous-espaces paramétrés ou définis par des équations.
- Familles libres, familles génératrices, bases.
- Dimension d'un sous-espace vectoriel, inégalités sur la dimension, rang d'une famille de vecteurs.
- Matrice d'une famille de vecteurs dans une base.

Chapitre 21 : Limites de fonctions

- Notion de limite dans tous les cas possibles ($\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \ell$ avec $a, \ell \in \overline{\mathbb{R}} = \mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\}$), limites à droite et à gauche, unicité de la limite, notion de voisinage et de propriété vraie au voisinage de $a \in \overline{\mathbb{R}}$.
- Opérations sur les limites, composition de limites de fonctions ou composition de limites de fonctions et de suites.
- Signe de la limite, passage de la limite aux inégalités, théorème des gendarmes, théorème de la limite monotone.
- Comparaisons et équivalents usuels, calcul de limites.

Savoir-faire

↳ *Description des compétences attendues et des types d'exercices possibles.*

- Étudier un sous-espace vectoriel de \mathbb{R}^n ou de \mathbb{C}^n , présenté par des équations ou par un paramétrage.
- Étudier une famille de vecteurs, montrer qu'une famille est libre ou génératrice ou est une base ; extraire une base d'une famille génératrice.
- Écrire la matrice d'une famille de vecteurs, calculer le rang en échelonnant la matrice, raisonner avec le rang et la dimension.
- Étudier une limite, en utilisant toutes les opérations vues, les théorèmes, les comparaisons et les équivalents usuels.

Questions de cours

↳ *Les questions à travailler et à savoir refaire, incluant l'énoncé précis et la démonstration.*

- L'ensemble des solutions d'une équation linéaire homogène en n variables est un sous-espace vectoriel de \mathbb{R}^n .
- L'intersection de sous-espaces vectoriels de \mathbb{R}^n est un sous-espace vectoriel.
- Pour tout $(\vec{u}_1, \dots, \vec{u}_p) \in (\mathbb{R}^n)^p$, $\text{Vect}(\vec{u}_1, \dots, \vec{u}_p)$ est un sous-espace vectoriel de \mathbb{R}^n .
- Une famille de vecteurs est liée si et seulement si l'un des vecteurs est combinaison linéaire des autres.
- Une famille de vecteurs est libre si et seulement si les combinaisons linéaires de la famille ont des coefficients uniques.
- L'ensemble des solutions d'une équation linéaire homogène non-nulle dans \mathbb{R}^n est de dimension $n - 1$.
- Pour deux sous-espaces vectoriels F, G de \mathbb{R}^n : si $F \subset G$ alors $\dim(F) \leq \dim(G)$; et si de plus $\dim(F) = \dim(G)$ alors $F = G$.
- Une fonction a une limite en $a \in \mathbb{R}$ si et seulement si elle a des limites à gauche et à droite en a qui sont égales.
- (exercice) $\sin\left(\frac{1}{x}\right)$ n'a pas de limite pour $x \rightarrow 0^+$.
- Théorème de la limite monotone.