

Programme de colle 17

2 au 6 février 2026

Notions

↪ En un coup d'œil, les notions qui ont été vues en cours et sur lesquelles portent les colles de la semaine.

Chapitre 13 : Matrices

- Transposition, propriétés algébriques, matrices symétriques.
- Matrices inversibles, unicité de l'inverse, inverse d'un produit, puissances négatives, l'ensemble $GL_n(\mathbb{R}) \subset \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$.
- Écriture matricielle des systèmes linéaires, opérations élémentaires sur les matrices, matrices échelonnées, pivot de Gauss sur les matrices, rang.
- Matrices 2×2 , déterminant, inverse.

Chapitre 14 : Équations différentielles

- Équations différentielles linéaires d'ordre 1, à coefficients constants ou non, homogènes ou non, avec ou sans conditions initiales.
- Équations différentielles linéaires d'ordre 2, à coefficients constants, homogènes ou non, avec ou sans conditions initiales, linéarité, équation caractéristique, ensemble des solutions dans chacun des trois cas.

Savoir-faire

↪ Description des compétences attendues et des types d'exercices possibles.

- Étudier l'inversibilité et inverser des matrices, notamment en posant un système linéaire ou bien avec les propriétés algébriques de l'inversibilité.
- Échelonner des matrices, donner le rang, éventuellement avec des paramètres.
- Résoudre des équations différentielles linéaires d'ordre 1 ou d'ordre 2.
- Trouver une solution particulière sous forme donnée à une équation différentielle.
- Méthode de variation de la constante pour les équations différentielles linéaires d'ordre 1.

Questions de cours

↪ Les questions à travailler et à savoir refaire, incluant l'énoncé précis et la démonstration.

- Définition de la transposée A^T d'une matrice A et propriété $(AB)^T = B^T A^T$.
- Si $P, Q \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ sont inversibles, alors PQ est encore inversible et $(PQ)^{-1} = Q^{-1}P^{-1}$.
- Définition du déterminant pour $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, A est inversible si et seulement si son déterminant est non-nul, et expression de A^{-1} .
- Solutions d'une équation différentielle linéaire d'ordre 1 homogène $y'(t) = a(t)y(t)$.
- Solutions d'une équation différentielle $y'(t) = a(t)y(t) + b(t)$ en fonction des solutions de l'équation homogène associée.
- Linéarité et principe de l'équation caractéristique pour une équation différentielle linéaire d'ordre 2.
- Pour $r \in \mathbb{C}$, définition de $f : \begin{cases} \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C} \\ t \mapsto e^{rt} \end{cases}$ et propriété $\forall t \in \mathbb{R}, f'(t) = rf(t)$.