

# Programme de colle 17

2 au 6 février 2026

## Notions

---

↳ En un coup d'œil, les notions qui ont été vues en cours et sur lesquelles portent les colles de la semaine.

### Chapitre 13 : Matrices

- Transposition, propriétés algébriques, matrices symétriques.
- Matrices inversibles, unicité de l'inverse, inverse d'un produit, puissances négatives, l'ensemble  $GL_n(\mathbb{R}) \subset \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ .
- Écriture matricielle des systèmes linéaires, opérations élémentaires sur les matrices, matrices échelonnées, pivot de Gauss sur les matrices, rang.
- Matrices  $2 \times 2$ , déterminant, inverse.

### Chapitre 14 : Équations différentielles

- Équations différentielles linéaires d'ordre 1, à coefficients constants ou non, homogènes ou non, avec ou sans conditions initiales.
- Équations différentielles linéaires d'ordre 2, à coefficients constants, homogènes ou non, avec ou sans conditions initiales, linéarité, équation caractéristique, ensemble des solutions dans chacun des trois cas.

## Savoir-faire

---

↳ Description des compétences attendues et des types d'exercices possibles.

- Étudier l'inversibilité et inverser des matrices, notamment en posant un système linéaire ou bien avec les propriétés algébriques de l'inversibilité.
- Échelonner des matrices, donner le rang, éventuellement avec des paramètres.
- Résoudre des équations différentielles linéaires d'ordre 1 ou d'ordre 2.
- Trouver une solution particulière sous forme donnée à une équation différentielle.
- Méthode de variation de la constante pour les équations différentielles linéaires d'ordre 1.

## Questions de cours

---

↳ Les questions à travailler et à savoir refaire, incluant l'énoncé précis et la démonstration.

- Définition de la transposée  $A^T$  d'une matrice  $A$  et propriété  $(AB)^T = B^T A^T$ .
- Si  $P, Q \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$  sont inversibles, alors  $PQ$  est encore inversible et  $(PQ)^{-1} = Q^{-1}P^{-1}$ .
- Définition du déterminant pour  $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ,  $A$  est inversible si et seulement si son déterminant est non-nul, et expression de  $A^{-1}$ .
- Solutions d'une équation différentielle linéaire d'ordre 1 homogène  $y'(t) = a(t)y(t)$ .
- Solutions d'une équation différentielle  $y'(t) = a(t)y(t) + b(t)$  en fonction des solutions de l'équation homogène associée.
- Linéarité et principe de l'équation caractéristique pour une équation différentielle linéaire d'ordre 2.
- Pour  $r \in \mathbb{C}$ , définition de  $f : \begin{cases} \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C} \\ t \mapsto e^{rt} \end{cases}$  et propriété  $\forall t \in \mathbb{R}, f'(t) = rf(t)$ .