Programme de colle 16
26 au 30 janvier 2026

Notions

↳ *En un coup d'œil, les notions qui ont été vues en cours et sur lesquelles portent les colles de la semaine.*

Chapitre 13 : Matrices

- Notion de matrice. Matrices rectangulaires, carrées, lignes, colonnes, matrice nulle. Somme de matrices, produit par une constante.
- Produit de matrices, propriétés algébriques. Matrice identité, matrices diagonales, matrices scalaires, matrices triangulaires supérieures ou inférieures.
- Puissances de matrices. Méthode par récurrence. La formule du binôme de Newton.
- Transposition, propriétés algébriques, matrices symétriques.
- Matrices inversibles, unicité de l'inverse, inverse d'un produit, puissances négatives, l'ensemble $GL_n(\mathbb{R}) \subset \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$.
- Écriture matricielle des systèmes linéaires, opérations élémentaires sur les matrices, matrices échelonnées, pivot de Gauss sur les matrices, rang.
- Matrices 2×2, déterminant, inverse.

Savoir-faire

↳ *Description des compétences attendues et des types d'exercices possibles.*

- Calculer avec des matrices.
- Calculer des puissances de matrices, notamment par récurrence ou avec la formule du binôme de Newton.
- Étudier l'inversibilité et inverser des matrices, notamment en posant un système linéaire ou bien avec les propriétés algébriques de l'inversibilité.
- Échelonner des matrices, donner le rang, éventuellement avec des paramètres.

Questions de cours

↳ *Les questions à travailler et à savoir refaire, incluant l'énoncé précis et la démonstration.*

- Associativité du produit de matrices.
- Distributivité du produit de matrices.
- Définition de la matrice identité ; pour tout $A \in \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$, $I_n A = A = A I_p$.
- Le produit de matrices diagonales est encore diagonal, et les coefficients diagonaux se multiplient entre eux.
- (exercice) Soit $C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Calculer C^n pour tout $n \geqslant 0$ avec le binôme de Newton.
- Définition de la transposée A^T d'une matrice A et propriété $(AB)^T = B^T A^T$.
- Si $P, Q \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ sont inversibles, alors PQ est encore inversible et $(PQ)^{-1} = Q^{-1} P^{-1}$.
- Définition du déterminant pour $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, A est inversible si et seulement si son déterminant est non-nul, et expression de A^{-1}.