

Programme de colle 11

8 au 12 décembre 2025

Notions

↪ En un coup d'œil, les notions qui ont été vues en cours et sur lesquelles portent les colles de la semaine.

Chapitre 9 : Étude de fonctions

- Opérations sur les fonctions, domaine de définition.
- Notions générales d'étude de fonctions : croissance, majoration, extrema, dérivée et sens de variation, parité, périodicité.
- Représentation graphique, lien avec les opérations sur les fonctions, symétries du graphe, droites remarquables, tangentes, asymptotes.
- Fonctions usuelles : fonctions puissances $x \mapsto x^n$ avec $n \in \mathbb{N}$, puis avec $n \in \mathbb{Z}$, fonctions racines, logarithme et exponentielle, puissances réelles, fonction puissance $x \mapsto x^\alpha$ avec $\alpha \in \mathbb{R}$, exponentielle de base quelconque $x \mapsto a^x$ avec $a \in]0, +\infty[$, fonctions trigonométriques et leur réciproque, valeur absolue, partie entière.

Chapitre 10 : Systèmes linéaires

- Notion de système linéaire, matrice des coefficients, second membre, homogénéité, compatibilité.
- Les trois opérations élémentaires, l'algorithme du pivot de Gauss, système échelonné, inconnues principales et inconnues libres, équations principales et conditions de compatibilité, rang, systèmes de Cramer.

Savoir-faire

↪ Description des compétences attendues et des types d'exercices possibles.

- Donner le domaine de définition d'une fonction.
- Étudier une fonction, tracer un tableau de variations, calculer des dérivées et des limites. *Il s'agit essentiellement de révisions de lycée car ces thèmes feront l'objet de chapitres à part entière.*
- Démontrer des inégalités avec une étude de fonction.
- Étudier la parité, étudier la périodicité.
- Connaitre les fonctions usuelles, leurs propriétés, et tracer leur graphe.
- Échelonner et résoudre un système linéaire. Utiliser les opérations élémentaires. Donner le rang, les conditions de compatibilité, les inconnues libres.
- Étudier des systèmes linéaires avec un ou des paramètres.

Questions de cours

↪ Les questions à travailler et à savoir refaire, incluant l'énoncé précis et la démonstration.

- (exercice) Étude de $\text{sh} : x \mapsto \frac{e^x - e^{-x}}{2}$. Montrer avec un tableau de variations que sh est bijective de \mathbb{R} dans \mathbb{R} , puis donner l'expression de la bijection réciproque.
- (exercice) Étude de $\text{ch} : x \mapsto \frac{e^x + e^{-x}}{2}$. Montrer avec un tableau de variations que ch induit une bijection de $[0, +\infty[$ vers $[1, +\infty[$, puis donner l'expression de la bijection réciproque.
- (exercice) Démontrer : $\forall x \in \mathbb{R}, e^x \geqslant 1 + x$.
- Définition de a^b (a, b réels), et propriétés usuelles $a^b \times a^c = a^{b+c}$, $(a^b)^c = a^{b \times c}$ et $(a_1 \times a_2)^b = a_1^b \times a_2^b$.
- (exercice) Donner toutes les solutions de $\mathcal{S}_\lambda : \begin{cases} 4x + 6y = \lambda x \\ -x - y = \lambda y \end{cases}$, d'inconnue $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, en fonction du paramètre $\lambda \in \mathbb{R}$.
- (exercice) Soit E l'ensemble des polynômes de degré au plus 2, soit l'application $\varphi : \begin{cases} E \rightarrow \mathbb{R}^3 \\ P \mapsto (P(1), P(2), P(3)) \end{cases}$. Montrer avec un système linéaire que φ est bijective puis donner l'application réciproque.
- (exercice) *Idem* avec $\psi : \begin{cases} E \rightarrow \mathbb{R}^3 \\ P \mapsto (P(1), P'(2), P(3)) \end{cases}$. Montrer que ψ n'est ni injective ni surjective puis donner tous les antécédents de $(0, 0, 0)$ par ψ .