Programme de colle 9
24 au 28 novembre 2025

Notions

↳ *En un coup d'œil, les notions qui ont été vues en cours et sur lesquelles portent les colles de la semaine.*

Chapitre 7 : Sommes et produits

- Coefficients binomiaux. La formule du binôme de Newton.
- Programmes Python de calculs de sommes et de produits.

Chapitre 8 : Applications

- Notion d'application, ensemble de départ, ensemble d'arrivée, égalité d'applications, image, antécédent, graphe, fonctions, domaine de définition d'une fonction.
- Image directe, image réciproque, d'un ensemble par une application.
- Application identité. Application constante. Opération de restriction. Application caractéristique d'une partie.
- Opération de composition, non-commutativité, élément neutre, associativité.
- Applications injectives, surjectives, bijectives. Inverse pour la composition, composition de bijections.
- Cas des fonctions réelles, rappels sur le théorème des valeurs intermédiaires et le théorème de la bijection, construction des fonctions trigonométriques réciproques.

Savoir-faire

↳ *Description des compétences attendues et des types d'exercices possibles.*

- Utiliser la formule du binôme de Newton, calculer avec les coefficients binomiaux.
- Écrire un programme Python de calcul de somme ou de produit.
- Composer des applications.
- Étudier une image directe ou une image réciproque par une application.
- Étudier l'injectivité ou la surjectivité d'une application. Donner l'image, donner la bijection réciproque. *De nombreux exemples se ramènent à l'étude de fonctions ou à des systèmes linéaires, thèmes qui seront approfondis dans les deux chapitres suivants.*
- Utiliser le théorème des valeurs intermédiaires et le théorème de la bijection pour étudier des applications réelles.

Questions de cours

↳ *Les questions à travailler et à savoir refaire, incluant l'énoncé précis et la démonstration.*

- Formule de Pascal sur les coefficients binomiaux.
- Formule du binôme de Newton.
- (exercice) Calculer $\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}e^{ki\theta}$ ($n \in \mathbb{N}$, $\theta \in \mathbb{R}$), en déduire $\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}\cos(k\theta)$ et $\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}\sin(k\theta)$.
- (exercice) Démontrer $k\binom{n}{k} = n\binom{n-1}{k-1}$ (pour $1 \leqslant k \leqslant n$), application au calcul de $\sum_{k=1}^{n} k\binom{n}{k}$.
- Élément neutre et associativité pour la composition d'applications.
- Si $f : E \to F$ et $g : F \to G$ sont bijectives, alors $g \circ f$ est bijective et $(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$.
- Si I est un intervalle de $\mathbb{R}$ et $f : I \to \mathbb{R}$ est strictement croissante, alors f est injective ; et (supposant f continue, admettant alors que $J = f(I)$ est un intervalle) $f^{-1} : J \to I$ est strictement croissante.