Programme de colle 8
17 au 21 novembre 2025

Notions

↳ *En un coup d'œil, les notions qui ont été vues en cours et sur lesquelles portent les colles de la semaine.*

Chapitre 7 : Sommes et produits

- Le symbole $\sum$, ses propriétés élémentaires, sommes de référence $\sum_{k=1}^{n} k$, $\sum_{k=1}^{n} k^2$, $\sum_{k=0}^{n} q^k$.
- Somme d'une famille indexée par un ensemble fini. Termes d'indice pair et impair, séparation des indices pairs et impairs.
- Décalage d'indices, sommes téléscopiques, renversement d'indice, somme des termes successifs d'une suite arithmétique.
- Sommes doubles, interversion de la somme, somme sur un carré ou un triangle d'indices.
- Produits, factorielle.
- Coefficients binomiaux. La formule du binôme de Newton.
- Programmes Python de calculs de sommes et de produits.

Savoir-faire

↳ *Description des compétences attendues et des types d'exercices possibles.*

- Calculer des sommes, notamment à l'aide de leurs propriétés usuelles et des sommes de référence $\sum_{k=1}^{n} k$, $\sum_{k=1}^{n} k^2$, $\sum_{k=0}^{n} q^k$. Séparer les termes d'indice pairs et impairs. Manipuler des décalages d'indice et des sommes téléscopiques. Manipuler des renversements d'indice.
- Calculer des sommes doubles, cas d'un carré ou d'un triangle d'indices.
- Calculer des produits, en utilisant des puissances et la fonction factorielle.
- Utiliser la formule du binôme de Newton, calculer avec les coefficients binomiaux.
- Écrire un programme Python de calcul de somme ou de produit.

Questions de cours

↳ *Les questions à travailler et à savoir refaire, incluant l'énoncé précis et la démonstration.*

- Sommes de référence $\sum_{k=1}^{n} k^2$ ($n \in \mathbb{N}^*$) ou $\sum_{k=0}^{n} q^k$ ($n \in \mathbb{N}$, $q \in \mathbb{C} \setminus \{1\}$) à démontrer par récurrence.
- (exercice) Calculer $\sum_{k=0}^{n} e^{ki\theta}$ ($n \in \mathbb{N}$, $\theta \in \mathbb{R}$), en déduire $\sum_{k=0}^{n} \cos(k\theta)$ et $\sum_{k=0}^{n} \sin(k\theta)$.
- (exercice) Formule $a^n - b^n = (a-b) \times \sum_{k=0}^{n-1} a^{n-k-1} b^k$ ($n \in \mathbb{N}^*$, $(a,b) \in \mathbb{C}^2$) par téléscopage.
- Somme des termes successifs d'une suite arithmétique, méthode « à la Gauss ».
- Formule de Pascal sur les coefficients binomiaux.
- Formule du binôme de Newton.
- (exercice) Calculer $\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} e^{ki\theta}$ ($n \in \mathbb{N}$, $\theta \in \mathbb{R}$), en déduire $\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} \cos(k\theta)$ et $\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} \sin(k\theta)$.