

Programme de colle 7

10 au 14 novembre 2025

Notions

↪ En un coup d'œil, les notions qui ont été vues en cours et sur lesquelles portent les colles de la semaine.

Chapitre 6 : Suites

- Quelques notions générales : croissance, majoration, suite bornée, propriété vraie à partir d'un certain rang.
- Suites récurrentes linéaires d'ordre 1. Suites arithmétiques, suites géométriques, suites arithmético-géométriques. Leurs propriétés de croissance et de limites.
- Suites récurrentes linéaires d'ordre 2, dans chacun des trois cas $\Delta > 0$, $\Delta < 0$ et $\Delta = 0$.
- Programme Python de calcul du terme d'indice n d'une suite, ou de la liste des n premiers termes.

Chapitre 7 : Sommes et produits

- Le symbole \sum , ses propriétés élémentaires, sommes de référence $\sum_{k=1}^n k$, $\sum_{k=1}^n k^2$, $\sum_{k=0}^n q^k$.
- Somme d'une famille indexée par un ensemble fini. Termes d'indice pair et impair, séparation des indices pairs et impairs.
- Décalage d'indices, sommes télescopiques, renversement d'indice, somme des termes successifs d'une suite arithmétique.
- Sommes doubles, interversion de la somme, somme sur un carré ou un triangle d'indices.
- Produits, factorielle.

Savoir-faire

↪ Description des compétences attendues et des types d'exercices possibles.

- Donner une formule pour le terme d'indice n d'une suite arithmétique ou géométrique ou arithmético-géométrique.
- Donner une formule pour le terme d'indice n d'une suite récurrente linéaire d'ordre 2, dans chacun des trois cas.
- Écrire une fonction Python qui renvoie le terme d'indice n d'une suite donnée, ou bien la liste des n premiers termes.
- Calculer des sommes, notamment à l'aide de leurs propriétés usuelles et des sommes de référence $\sum_{k=1}^n k$, $\sum_{k=1}^n k^2$, $\sum_{k=0}^n q^k$. Séparer les termes d'indice pairs et impairs. Manipuler des décalages d'indice et des sommes télescopiques. Manipuler des renversements d'indice.
- Calculer des sommes doubles, cas d'un carré ou d'un triangle d'indices.
- Calculer des produits, en utilisant des puissances et la fonction factorielle.
- Écrire un programme Python de calcul de somme ou de produit.

Questions de cours

↪ Les questions à travailler et à savoir refaire, incluant l'énoncé précis et la démonstration.

- Suites récurrentes linéaires d'ordre 2 : principe de l'équation caractéristique et principe de linéarité.
- Suites récurrentes linéaires d'ordre 2 : dans le cas $\Delta = 0$, si q est racine double de l'équation caractéristique alors la suite des $(nq^n)_{n \in \mathbb{N}}$ vérifie aussi la même relation de récurrence.
- Sommes de référence $\sum_{k=1}^n k^2$ ($n \in \mathbb{N}^*$) ou $\sum_{k=0}^n q^k$ ($n \in \mathbb{N}$, $q \in \mathbb{C} \setminus \{1\}$) à démontrer par récurrence.
- (exercice) Calculer $\sum_{k=0}^n e^{ki\theta}$ ($n \in \mathbb{N}$, $\theta \in \mathbb{R}$), en déduire $\sum_{k=0}^n \cos(k\theta)$ et $\sum_{k=0}^n \sin(k\theta)$.
- (exercice) Formule $a^n - b^n = (a - b) \times \sum_{k=0}^{n-1} a^{n-k-1} b^k$ ($n \in \mathbb{N}^*$, $(a, b) \in \mathbb{C}^2$) par télescopage.
- Somme des termes successifs d'une suite arithmétique, méthode « à la Gauss ».