Programme de colle 5
13 au 17 octobre 2025

Notions

↳ *En un coup d'œil, les notions qui ont été vues en cours et sur lesquelles portent les colles de la semaine.*

Chapitre 4 : Trigonométrie

- Les fonctions trigonométriques réciproques et applications.

Chapitre 5 : Nombres complexes

- L'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes, les opérations algébriques, calculs avec les complexes, somme, produit, quotient, puissances, identités remarquables.
- Représentation et interprétation géométrique. *L'objectif en BCPST n'est pas de faire de la géométrie.*
- Conjugaison complexe.
- Module, inégalité triangulaire.
- Application à la résolution d'équations, notamment du degré 2 à coefficients réels, relation entre coefficients et somme et produit des racines.
- Notation $e^{i\theta}$, nombres complexes sous forme exponentielle, argument, calculs avec la forme exponentielle, racines carrées d'un nombre complexe.
- Applications à la trigonométrie, formules d'Euler et de Moivre, angle moitié.

Savoir-faire

↳ *Description des compétences attendues et des types d'exercices possibles.*

- Transformer des expressions trigonométriques, transformer $A\cos(\theta) + B\sin(\theta)$ en $r\cos(\theta + \varphi)$.
- Raisonner avec les fonctions trigonométriques réciproques, démontrer des identités.
- Écrire et manipuler des nombres complexes sous forme algébrique.
- Écrire des nombres complexes sous forme exponentielle et calculer avec, calculer des puissances, calculer des racines carrées.
- Application des nombres complexes à la trigonométrie, linéariser, développer, angle moitié.

Questions de cours

↳ *Les questions à travailler et à savoir refaire, incluant l'énoncé précis et la démonstration.*

- (exercice) Montrer que $\forall x \in [-1, 1]$, $\arccos(-x) = \pi - \arccos(x)$.
- Tout nombre complexe s'écrit de façon *unique* $a + bi$ avec $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ (dans la définition « naïve » de $\mathbb{C}$).
- Associativité de la multiplication des nombres complexes (dans la construction comme couples de réels).
- Toutes les solutions de l'équation $z^2 = c$, avec $c \in \mathbb{R}$, d'inconnue $z \in \mathbb{C}$.
- $z \in \mathbb{C}$ est réel si et seulement si $\overline{z} = z$, et imaginaire pur si et seulement si $\overline{z} = -z$.
- Pour tout $(z, w) \in \mathbb{C}^2$, $|z \times w| = |z| \times |w|$.
- Inégalité triangulaire dans $\mathbb{C}$.
- Solutions de l'équation $az^2 + bz + c = 0$, avec $(a, b, c) \in \mathbb{R}^3$, $a \neq 0$, d'inconnue $z \in \mathbb{C}$, dans le cas $\Delta < 0$.
- Propriétés de la notation exponentielle : $\left|e^{i\theta}\right| = 1$, $e^{i(\alpha+\beta)} = e^{i\alpha} \times e^{i\beta}$ et $\overline{e^{i\theta}} = e^{-i\theta}$.