

# Programme de colle 2

## 22 au 26 septembre 2025

### Notions

---

↳ *En un coup d'œil, les notions qui ont été vues en cours et sur lesquelles portent les colles de la semaine.*

#### Chapitre 1 : Logique

- Assertions : exemples, constructions avec *et*, *ou*, *non*, tables de vérités, lois de Morgan, distributivité, implication, réciproque, équivalence, contraposée.
- Ensembles : diverses constructions, inclusion, ensemble des parties, union, intersection, différence, complémentaire, leurs propriétés de distributivité et lois de Morgan, produit cartésien, listes.
- Quantificateurs : pour tout, il existe, leur négation, assertions à plusieurs quantificateurs et problème de l'ordre des quantificateurs.

#### Chapitre 2 : Méthodes de démonstration

- Démontrer des implications, contraposées, démontrer par l'absurde, raisonnement par équivalences.
- Démontrer des inclusions ou des égalités d'ensembles.
- Démontrer des assertions avec  $\forall x$  (dont disjonction de cas),  $\exists x$  (dont théorème des valeurs intermédiaires, analyse-synthèse, unicité).
- Récurrence et récurrence double.

#### Chapitre 3 : Nombres réels

- Propriétés des opérations sur les réels, propriétés de la relation d'ordre, valeur absolue, inégalité triangulaire.
- Parties de  $\mathbb{R}$ , parties majorées, minorées, bornées, maximum, minimum, bornes supérieures et inférieures, cas des intervalles.
- *Pas de partie entière cette semaine.*

### Savoir-faire

---

↳ *Description des compétences attendues et des types d'exercices possibles.*

- Démontrer une équivalence entre assertions en utilisant une table de vérité.
- Manipuler et comprendre des ensembles sous différentes formes (paramétrés ou par des propriétés, le produit cartésien).
- Lire et comprendre une assertion avec plusieurs quantificateurs, écrire la négation, comprendre le problème de l'ordre des quantificateurs.
- Utiliser les notions de logique ci-dessus pour rédiger une petite démonstration.
- Révisions calcul : équations de degré 2, racines carrées, exponentielle et logarithme, tableaux de signe, valeur absolue, puissances.
- Étudier une partie de  $\mathbb{R}$  et ses bornes.

### Questions de cours

---

↳ *Les questions à travailler et à savoir refaire, incluant l'énoncé précis et la démonstration.*

- Énoncer les lois de Morgan sur les assertions, en démontrer une avec une table de vérité.
- Définition de la contraposée d'une implication, montrer qu'une implication est équivalente à sa contraposée à l'aide d'une table de vérité.
- Énoncer les propriétés de distributivité de l'union et de l'intersection sur les ensembles, en démontrer une.
- Énoncer les lois de Morgan pour des ensembles, en démontrer une.
- Démontrer que pour  $x \in \mathbb{R}$ ,  $|x| \leq M \iff -M \leq x \leq M$ .
- Démontrer l'inégalité triangulaire (version 1).
- Démontrer par récurrence sur  $n \in \mathbb{N}^*$  que  $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$ .
- Une partie de  $\mathbb{R}$  est majorée et minorée si et seulement si elle est majorée en valeur absolue.
- Définition du maximum et du minimum d'une partie de  $\mathbb{R}$ , démontrer l'unicité du maximum.